Les problèmes dans l’enseignement - apprentissage des coniques à Boma

MAURICE NGOMA MBUKU
Didactique des mathématiques
Université pédagogique nationale (UPN)
mauricengoma30@gmail.com

Résumé

L’article que nous présentons est l’essentiel de la recherche menée dans le cadre de notre mémoire d’études approfondies en didactique des mathématiques.
L’analyse du programme en vigueur en RDC depuis 2021, celle des manuels scolaires utilisés par les enseignants et les savoirs essentiels dispensés aux apprenants confirment la primauté des cadres : analytique (algébrique), métrique et caractéristique par rapport aux autres dans l’enseignement apprentissage des coniques dans la ville de Boma.
Il en est de même des registres : algébrique, métrique et caractéristique qui sont les plus favorisés dans la résolution des tâches du côté des apprenants.
Ainsi, pouvons-nous affirmer que les registres : géométrique, figure géométrique, graphique sont masqués. Pourtant, la coordination des registres de représentation permet à l’apprenant de faire le choix du registre qui lui semble favorable et l’aide dans la résolution des problèmes exigeant une conversion.[1] *Il y a donc nécessité de coordonner plusieurs registres de représentation pour conceptualiser un objet mathématique*
L’analyse du test soumis aux apprenants confirme le fait au vu des scores qu’ils ont réalisés.

Mots clés : Cadre, registre, savoirs essentiels, conique.

1. Introduction

1.1. Justification du thème

Le programme national des mathématiques en vigueur depuis 2021 prévoit au niveau de la quatrième année des humanités scientifiques dans la catégorie « étude des coniques » l’enseignement -

[1] Regine Douady, Enseignement de la didactique, outil objet et jeux des cadres.

apprentissage de l'objet conique parmi les savoirs essentiels à communiquer aux apprenants.
L'apprentissage de cette notion permet à l'apprenant d'être capable de traiter avec succès et de manière socialement acceptable les situations à travers lesquelles il sera confronté signale – t – on dans le programme.
Toutefois, l'analyse approfondie de ce programme révèle que l'enseignement de cet objet conique est problématique au même titre que l'est l'objet conique. Cela est dû à sa richesse sur les plans : historique, épistémologique et didactique.
Cet état des choses a été souligné respectivement par TRGALOVA en 1955 et par BONGIOVANNI en 2001 précisément dans leurs ouvrages (étude historique et épistémologique des coniques) et (caractérisation des coniques) centrés sur les coniques.
Les problèmes soulevés dans ses ouvrages sont similaires à ceux qui sont ressortis dans la recherche que nous avons menée dans le cadre de notre mémoire d'études approfondies en didactique des mathématiques précisément sur l'enseignement – apprentissage de la notion des coniques dans la ville de Boma. [(1)]

1.2. Problématique

Cette recherche nous a conduit à examiner :

- Les manuels scolaires utilisés : comment ces manuels abordent – t - ils et présentent-ils la notion des coniques. Quels en sont les cadres et registres souvent utilisés dans la ville de Boma ?
- Le programme national qui reprend les savoirs essentiels (définitions, les conceptions etc…) et qui définit des tâches pour évaluer. Quelles en sont les insuffisances et les tons forts ?
- La transposition didactique ou la communication pédagogique entre enseignant – émetteur, (facilitateur ou catalyseur) et l'apprenant – récepteur censé auto construire

[(1)] Ville de la province du Kongo Central en RDC.

son savoir. Cette transposition didactique est- elle bien assurée entre les intervenants ?

1.3. Hypothèses

Il ressort que tous les manuels répertoriés présenteraient la conique sous un modèle unique et s'inspireraient de l'ouvrage de géométrie analytique conçu par LUPSIN et GRASS. Le programme national se focaliserait sur l'algébrisation des concepts à dispenser. Par ailleurs nous avons constaté que les enseignants ne seraient pas bien lotis pour concrétiser l'approche par situations – problèmes exigé par l'Etat congolais afin de permettre à l'apprenant de construire son savoir.

1.4. Articulations de notre article

Dans notre recherche, nous avons jugé utile d'examiner les points ci – après :

- Les manuels scolaires utilisés par les enseignants et apprenants à Boma du point de vue anthropologique, conceptuel et enfin en termes des registres de représentations sémiotiques ;
- Le programme scolaire des mathématiques spécialement dans la catégorie « étude des coniques » tout en faisant ressortir les savoirs essentiels à communiquer ;
- L'enseignement – apprentissage de l'objet conique dans les écoles de Boma ;
- L'analyse du test soumis aux sujets d'enquêtes afin de déceler les insuffisances et les prouesses ;
- L'analyse des opinions des opérateurs pédagogiques (inspecteurs des mathématiques, enseignants et apprenants sur la réforme du programme national).

1.5. Techniques utilisées

La recherche documentaire, la technique du questionnaire, et la technique des entretiens (opinionaires) ont été sollicitées tout en recourant au paradigme constructif.

La population de recherche a été sélectionnée de manière aléatoire. Elle était formée des enseignants des mathématiques, inspecteurs des mathématiques et un groupe d'apprenants judicieusement répertoriés dans tous les réseaux d'enseignement national.

2. Les manuels scolaires

Les manuels scolaires constituent une référence très importante du côté des enseignants d'une part pour la construction de leurs cours et d'autre part du côté des apprenants pour l'auto construction de leurs savoirs. Les manuels de géométrie signalés ci – dessous sont utilisés par les enseignants de la ville de Boma.
Il s'agit des manuels de géométrie analytique plane respectivement conçus et rédigés par LUPSIN et GRASS, VAN NOYEN, KABA KABA et KAPENGA KAZADI, l'équipe de CREM[1], VAN ISEGHEN et enfin le manuel Maitriser les maths conçues par une équipe d'enseignants des mathématiques de la ville de Kinshasa.
Il s'avère que tous les auteurs de ses manuels de géométrie analytique se sont inspirés du manuel conçu et rédigé par LUPSIN et GRASS. C'est le manuel le plus ancien et conforme au programme national des humanités scientifiques et techniques.
Toutefois, « Maitriser les maths » est le manuel le plus utilisé dans la ville de Boma puisque l'Etat congolais en a assuré la distribution dans les écoles.
Etant rédigé sous un modèle unique, nous avons procédé à une analyse globale de tous ses manuels en nous appuyant sur trois axes majeurs. Il s'agit : spécifiquement de l'analyse anthropologique au sens de CHEVALLARD retracé dans son ouvrage (l'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique et didactique (1996), de l'analyse conceptuelle au sens de VERGNAUD dans son ouvrage (psychologique de développement cognitif et didactique des mathématiques) (1990) et enfin de l'analyse en termes de registres de représentation sémiotique au sens de DUVAL dans son ouvrage (registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée) (1993).

[1] CREM, Centre de Recherche et d'Enseignement des mathématiques (RDC).

L'analyse anthropologique permet d'identifier les concepts qui émergent des manuels ou précisément les différentes organisations mathématiques et didactiques proposées dans ces manuels.
Nous avons ainsi constaté que dans ces manuels, les coniques sont introduites selon la définition bifocale (ellipse, hyperbole) et mono focale (parabole) pour déterminer leurs équations réduites. Ensuite, on aborde l'étude du même objet sous une forme générale. L'essentiel se résume à la détermination des éléments d'une conique (centre, foyer ; axe, diamètre, sommet, directrice…).
Néanmoins ; on constate une nette absence des aspects historiques et d'autres aperçus épistémologiques.
L'analyse conceptuelle au sens de VERGNAUD fait émerger deux concepts sur les coniques. D'une part, la conique est présentée comme un lieu géométrique des points satisfaisant à une relation métrique. L'ellipse est définie comme le lieu géométrique des points tels que la somme des distances de ces points à deux points fixes appelés foyers vaille 2a. L'hyperbole est le lieu géométrique des points tels que la différence des distances de ces points à deux points fixes appelés foyers vaille 2a. Et enfin, la parabole est le lieu géométrique des points tels que les distances du foyer, à ces points et à la directrice soient égales.
A partir de ces définitions, la définition traduite est représentée par des équations $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2\ pour\ l'ellipse,\ b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2\ pour\ l'hyperbole,$
$y^2 = 2px pour\ la\ parabole.$
Les éléments de ces coniques réduites caractérisent chaque type des coniques. Il s'agit de l'excentricité, directrice, centre, foyers, latus rectum, axes de symétrique etc…
D'autre part, la conique de façon générale étant définie comme une courbe du second degré ayant l'équation générale $^2 + 2Bxy + Cx^2 + 2Dy + 2Ex + F = 0 (A, B, C\ non\ tous\ nuls)$, on assiste à une nouvelle manipulation de la conique sous forme algébrique. Il en est aussi de ses éléments qui sont manipulés algébriquement.
L'analyse en termes de registres de représentations sémiotiques au sens de DUVAL insiste sur la coordination entre registres pour conceptualiser un objet mathématique dans un manuel des mathématiques. Il est édifiant que dans des tâches d'évaluation, plusieurs registres concourent à la résolution d'une tâche ou problème

quelconque. Il sied de rappeler, dans un processus de résolution d'une tâche, les registres ci – après : registre algébrique, registre caractéristique, registre métrique, registre graphique et registre, figure géométrique peuvent être croisés l'un par rapport à l'autre registre comme registre d'entrée et de sortie.
Par ailleurs, la conception d'un objet nécessite l'utilisation d'une variété des cadres. Il se dégage que le cadre analytique est de loin utilisé que le cadre géométrique.
Eu égard à ce qui précède, il se dégage nettement que les manuels utilisés dans la ville de Boma pour l'enseignement – apprentissage de la notion des coniques ne sont pas diversifiés. Ces manuels sont focalisés vers les cadres, métrique, algébrique ou analytique, parfois caractéristique pour présenter les différents concepts alors qu'il existe d'autres sources d'inspirations. VERGNAUD dans son ouvrage « psychologie de développement cognitif et didactique des mathématiques » (1990) modélise un concept mathématique par une trilogie des ensembles à savoir : l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept, (le signifié) ou l'ensemble des invariants sur lesquels repose l'opérationnalité des schémes et enfin le signifiant ou l'ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de représenter symboliquement un concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement.
Enfin, DUVAL dans son ouvrage « Registres de représentations sémiotiques et, fonctionnement cognitif de la pensée » (1993) insiste sur la nécessité de coordination de plusieurs registres de représentation pour conceptualiser un objet mathématique.
En conclusion, tant que les manuels utilisés par les enseignants – émetteurs et les apprenants – récepteurs ne seront pas diversifiés mais seront des simples plagias du manuel belge LUPSIN et GRAAS, on handicapera l'apprenant à mobiliser sa mémoire et à acquérir l'esprit créatif.
Un exemple éloquent, la conique peut être définie comme le lieu géométrique des centres de cercles. L'objet conique peut aussi être défini comme image de cercle par affinité ou homologie etc…
Somme toute, la primauté est réservée au registre algébrique et au cadre analytique. La conique étant toujours présentée comme une courbe algébrique. Bref, l'algébrisation de la notion des coniques est un handicap sérieux qui prive l'apprenant à raisonner

géométriquement et déduire par lui – même les propriétés géométriques d'une conique. L'absence des situations qui donnent du sens à l'étude des coniques est un autre problème. Il en est de même de la focalisation de la notion des coniques sur les mêmes formes langagières, les mêmes principes opérants. Aux enseignants de noter ce qui suit en rappel, CHEVALLARD affirme dans son ouvrage analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique que « toute activité humaine régulièrement accomplie peut être subsumée sous un modèle unique que résumé le mot de praxéologique »

3. Le programme de géométrie

Le programme de géométrie dispensée dans les classes de quatrième des humanités scientifiques en République Démocratique du Congo plus particulièrement dans la ville de Boma est en vigueur depuis 2021 et remplace celui de 2005.
Dans la catégorie « étude des coniques » avec une sous – catégorie conique, les savoirs essentiels dispensés s'articulent sur :

- La réduction de l'équation générale d'une conique en utilisant la translation et la rotation des axes
- La classification des coniques à partir du binôme caractéristique $(\partial = B^2 - AC)$
- Détermination des éléments focaux (foyers, directrices, excentricité) en utilisant le calcul différentiel
- Détermination du centre de la conique en déterminant les droites du centre (calcul différentiel)
- Pôle et polaire par rapport à une conique en sollicitant les dérivées et le calcul différentiel
- Tangentes et normales à une conique (idem)
- Asymptotes (idem)
- Diamètres d'une conique (idem)
- Axes de symétrie (idem)

Le programme de 2021 retrace les compétences que l'apprenant est appelé à développer pendant les apprentissages. Il reprend les situations permettant à l'enseignant qui opérationnalise les savoirs essentiels, à trouver les éléments nécessaires pour contextualiser les contenus sur lesquels portent les actions des apprenants, les actions que l'on peut trouver dans un tableau de spécification. Le programme suggère les évaluations à la fin de chaque séquence didactique. L'apprenant est appelé à construire lui – même son savoir. L'approche pédagogique à utiliser par l'enseignant est donc l'approche par situations problèmes (APS).

Toutefois, les enquêtes que nous avons menées dans la ville de Boma montrent qu'il existe un fossé entre ce qui est exigé par ce programme et ce qui se fait. L'approche par objectif (PPO) perdure.

Cette situation est due au fait que les enseignants ne sont pas formés pour mettre en musique l'approche par situation – problèmes. Ils ne sont pas lotis pour effectuer une analyse à priori afin de dégager la pertinence d'une situation – problème et même les construire.[(1)]

Le programme signale l'enseignement- apprentissage de la notion des coniques à la fin du programme. La plupart d'enseignants négligent cette partie et sont dans la majorité déficitaire en connaissances sur cette catégorie des matières.

Bien que le programme insiste sur l'auto- construction des savoirs essentiels de la part des apprenants, il ne fait pas appel à la géométrie intuitive, à l'utilisation des logiciels de géométrie dynamique tels que cabri – géométrie etc... et autres outils qui permettent de faire une étude profonde des propriétés géométriques des coniques.

Le programme n'évoque pas les aspects historiques même à titre informationnel sur l'origine des coniques, leur naissance et leurs applications dans les différents domaines de la vie. Par ailleurs, ce programme impose le cadre d'étude aux enseignants et leurs apprenants. Il s'agit du cadre algébrique ou analytique.

Quant à l'évaluation, le programme reste attaché principalement au registre algébrique pour la résolution des problèmes ou exercices types proposés. Le registre métrique et le registre caractéristique interviennent dans un moindre pourcentage.

[(1)] Alexandre David MOPONDI BENDEKO MBUMBU, *didactique des mathématiques, éléments de contextualisation de l'enseignement en RDC.*

4. L'enseignement – apprentissage

Les coniques sont enseignées à Boma en terminale du cycle secondaire. Les coniques sont abordés tout au début comme un lieu géométrique des points du plan satisfaisant des propriétés bien définies. Ensuite, elles sont présentées comme des courbes du second degré. Les approches ne permettent pas aux apprenants de mettre en relation les différents cadres et registres de représentation et les différents points de vue.

L'étude des coniques dans différents cadres, registre de représentation et sous différents points de vue permettra aux apprenants une meilleure compréhension des objets mathématiques étudiés. L'accès et la mise en œuvre d'outils et techniques de résolution de problèmes mettent en jeu les objets mathématiques.

Une utilisation de cabri – géomètre pour l'enseignement – apprentissage des coniques est recommandée.

Il est souhaitable que cabri – géomètre se focalise sur les phases de construction et d'explication. Toutefois, il est préférable que les phases de démonstration se fassent hors de l'environnement de cabri – géomètre.

En effet, l'apprentissage de la géométrie construit chez l'enfant l'intelligibilité et la compréhension du monde sensible ainsi que l'intuition géométrique. BROUSSEAU dans les actes du séminaire de didactique des mathématiques principalement dans son intervention sur les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire en 2000, déclara : « la géométrie est l'un des moyens, un outil pratique pour répondre aux besoins de la vie. La géométrie ne consiste pas à décrire ce qu'on voit mais à établir ce qui est vu ».(1)

Il va sans dire que l'apprentissage de la géométrie axée sur les coniques dans la ville de Boma en particulier et généralement en République Démocratique du Congo étant purement analytique et se limitant à la résolution des problèmes d'une manière analytique handicape la mobilisation des quatre fonctions admissibles en compétences dans une séquence didactique.

(1) Les propriétés didactiques de la géométrie : l'étude de l'espace et de la géométrie, séminaire de didactique de math, université de Crète.

Il s'agit de :

- Fonction raisonnement ou compétence à raisonner, c'est – à – dire il appartient à l'apprenant de mettre en jeu les différentes sortes de raisonnement afin d'élaborer des formules ;
- Fonction algorithmique. Les formules établies à l'issue d'un raisonnement sont des algorithmes ou schémas de résolution des problèmes ;
- Fonction psychologique. Celle – ci incite la créativité. L'apprenant est appelé de représenter mentalement un objet mathématique ;
- Fonction automatique. C'est celle qui développe la mémoire épisodique ou connaissance à partir de la pratique de construction géométrique.

L'usage des outils tels que compas, règle, ellipsographe, hyperboligraphe et paraboligraphe est exigé. Les apprenants de la ville de Boma ne font pas usage de ces outils et ne les connaissent pas. D'ailleurs, CAZZARO cité dans RINCON 2011 affirme « le fait de pouvoir construire de façon assez précise et en un temps raisonnable a aidé puissamment à la formulation de concepts notamment en dégageant les propriétés qui justifient les constructions ».

L'enseignement – apprentissage de la notion des coniques dans la ville de Boma est loin de mobiliser les quatre fonctions sus – évoquées.
Il se limite à l'algébrisation des concepts de cette notion sans que l'apprenant s'en fasse une représentation mentale, ni même les représenter géométriquement etc… Il est conseillé aux enseignants de s'appuyer sur les idées de MORRIS et BROUSSEAU. En effet, MORRIS dans son livre psychologie de géométrie édité en 1987 considère comme essentiel, le fait qu'un élève apprenne d'abord les propriétés de l'espace où il vit et qu'il perçoit par ses sens. BROUSSEAU une fois de plus dans ses actes du séminaire de didactique insiste sur la manipulation des outils afin de développer chez l'apprenant un raisonnement visio déductif, puis déductif et finalement mathématique.
Des avis de ces deux didacticiens de mathématique, la base de l'apprentissage en géométrie doit être l'expérience tirée d'activités pré - mathématiques (jeu etc…) ainsi que d'activités mathématiques.

L'enseignement et apprentissage des coniques dans la ville de Boma ne rime pas avec ce qui est dit ci – haut et entraine des conséquences fâcheuses chez l'apprenant avons-nous constaté. Les apprenants perçoivent la géométrie des coniques comme un savoir abstrait. C'est ce qui nuit à l'image qu'ils se font des mathématiques.
PAUL ERNEST dans ses publications (Reflexions on Théories of Learning, in ZDM2006, p.38, 3-7) affirme que « les enjeux de l'apprentissage de constructions géométriques participe au développement de la capacité intellectuelle de l'homme ».
FRENCH, DOUG (2004) dans son ouvrage (Teaching and Learning Geometry affirme « qu'en abordant les coniques selon une approche géométrique, on cultive chez les élèves des habitudes d'esprit comme l'envie constante de poser et de résoudre des problèmes, de chercher des modèles, de noter les liens et par-dessus tout de prouver des conjectures ».
Il se dégage clairement que l'enseignement – apprentissage des coniques basés sur le seul cadre analytique ou algébrique étouffe l'émulation de l'apprenant à progresser dans les savoirs ou connaissances.

5. Le test

a) Echantillonnage

N°	Etablissement	Symboles	Effectifs	Enseignement	Réseau
1	Complexe Scolaire la Cadette	E_1	25	KIEKO LENDO	Privée agrée
2	Institut Boma Mungu « IBM »	E_2	25	MBAMBI MATOKO	Conventionné catholique
3	Institut Minkondo	E_3	25	BINDA NTOMBONGO	Conventionné kimbanguiste
4	Institut Luwawanu	E_4	25	KANDU NLANDU	Conventionné protestant
5	Institut Technique de Nzadi « ITP/Nzadi »	E_5	25	TSAMBI TSUMBU	Public
6	Institut Ludiazo	E_6	25	MASUAKA NZAMBI	Conventionné salutiste

Tableau n°01 : Identification des sujets d'enquêtes

Le test que nous avons conçu a été soumis à cent cinquante élèves dans six écoles différentes où s'enseigne la géométrie. L'objet conique constitue un des savoirs essentiels du programme.
Les enseignants sont des licenciés en pédagogie appliquée dans l'option mathématique.
Les apprenants ont été sélectionnés suivant les scores réalisés au premier semestre des cours durant l'année scolaire 2021 – 2022, peu avant la passation de l'examen d'Etat.

b) Objectif du test

Le test que nous avons conçu avait pour objectif principal : « déterminer et identifier les difficultés des apprenants relativement à leurs apprentissages sur les notions des coniques. »

c) Contenu du test

Le test est formé de douze tâches réparties en trois parties visant chacune les compétences ci – dessous :

- Restitution des propriétés sur les coniques
- Résolution des problèmes
- Conversion des taches dans différents cadres ou registres

d) Question proposées

1ère partie

1. Trouver l'équation de la parabole dont le foyer est au point (6,-2) et dont la directrice est la droite$x - 2 = 0$
2. Trouver l'équation de l'ellipse dont le foyer est au point (4,-3), la directrice a pour équation $x = -1$ et l'excentricité vaut $2/3$
3. Trouver l'équation de l'hyperbole dont le centre est le point (-1,-1), le sommet étant (5,-1) et l'excentricité vaut $3/2$
4. Trouver l'équation de la parabole dont le foyer est au point (5,2) et le sommet (3,2)

2e partie

1. $Déterminer\ les\ foyers\ de\ la\ conique$ $(\theta = 90°)$ $25y^2 + 16x^2 - 50y + 32x - 359 = 0$
2. Déterminer le sommet de la conique $xy - 2x - 4 = 0$

3. Déterminer les asymptotes de la conique, $y^2 - 5xy + 6x^2 - 2y + 3x - 1 = 0$
4. Déterminer le pôle de la conique d'équation $3y^2-2xy-3y+1=0$ par rapport à la droite $x - y + 2 = 0$

3e partie

1. Représenter graphiquement la parabole de l'exercice n°1 de la 1ère partie
2. Soit le croquis ci – après :

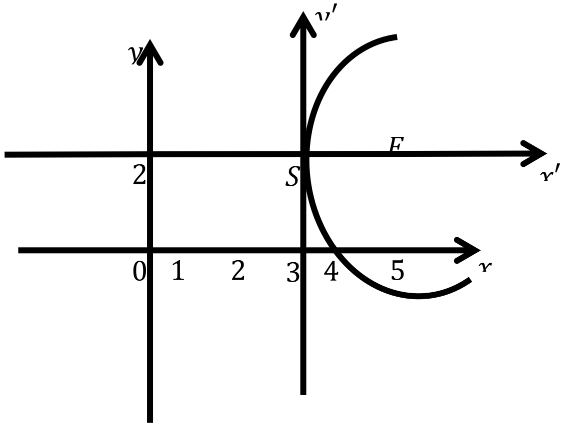

Figure 1. Croquis exercice 3e partie

Déduire l'équation de la parabole représentée.

3. On donne la conique de l'exercice n°1, 2ème partie. Calculer la distance de chaque foyer à sa directrice
4. a)crée un segment $[F_1F_2]$ sur une droite (d), soit 2c sa longueur

b) crée un segment $[AB]$ d'une droite t parallèle à d, soit 2a la longueur de $[AB]$ $(2a > 2c)$

c) soit un point $C \in [AB]$. Déterminer la valeur $AC + CB$

d) construire un triangle HF_1F_2 tel que $AF_1 = AC$ et $HF_2 = CB$

e) Quelle propriété géométrique caractérise la point H

COLLECTION PLURAXES/MONDE

f) Quel est l'ensemble des points H quand le point C se déplace sur le segment $[AB]$

e) Passation

Trois jours successifs et pendant trois heures par jour ont été prévus pour passer le test. Les apprenants étaient isolés l'un de l'autre sous une surveillance rigoureuse pour éviter les substitutions.

f) Analyse du test

Les résultats du test sont analysés selon une approche micro – descriptive qui nous a amené à déterminer les fréquences de réussite par établissement scolaire et suivant chaque partie du test.
Toutefois, les approches macro- descriptive, multi variée et la modélisation par équation structurelle feront l'objet de notre thèse.

g) Fréquence de réussite

Score	**Fréquence de réussite**	**Nombre d'élèves ayant réussi suivant les parties**			
		I	**II**	**III**	**Total de réussite**
E_1	$\frac{13}{25}$ *ou* 52%	$\frac{10}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{0}{25}$	13
E_2	$\frac{10}{25}$ *ou* 40%	$\frac{8}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{0}{25}$	10
E_3	$\frac{8}{25}$ *ou* 32%	$\frac{6}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{0}{25}$	8
E_4	$\frac{12}{25}$ *ou* 48%	$\frac{7}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{0}{25}$	12
E_5	$\frac{8}{25}$ *ou* 32%	$\frac{8}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{0}{25}$	8
E_6	$\frac{6}{25}$ *ou* 24%	$\frac{6}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{0}{25}$	6

Tableau n°02 : fréquence des résultats par établissement

h) Interprétation des résultats

Les apprenants malgré leurs insuffisances ont fait preuve de posséder quelques connaissances dans la première partie et la deuxième partie du test, dans tous les établissements enquêtés.
La troisième partie du test a été catastrophique sur le plan des résultats. C'est ce qui confirme nos hypothèses. Les apprenants enquêtés ont des difficultés majeures dans la conversion des registres. La cause principale est l'algébrisation de la notion des coniques. Le registre

algébrique est de loin plus utilisé que le registre géométrique, graphique, figure géométrique etc.
Le registre caractéristique est aussi utilisé mais dans une proportion moindre par rapport au registre algébrique. La deuxième partie du test en témoigne.

i)Opinions des opérations pédagogiques et apprenants

A l'issue des résultats des apprenants au test, nous avons initié une concertation avec tous les opérateurs pédagogiques pour un état des lieux. Diverses opinions ont été enregistrées. L'opinion la plus soulignée est celle d'introduire l'étude des coniques à la première année des humanités scientifiques et d'en diversifier les registres et cadres.
Les opérateurs pédagogiques, proposent une progression des apprentissages suivantes dans l'enseignement – apprentissage de la notion des coniques après entretiens fructueux avec l'enquêteur :

- Expliciter la notion des coniques à partir de la section plane d'un cône circulaire droit et à partir d'un cône de révolution.
- Définir la conique comme le lieu géométrique d'un ensemble des points satisfaisant à des propriétés dans le plan.
- Définir la conique comme un ensemble des centres des cercles passant par un point fixe et tangents à une droite fixe ou à un cercle fixe.
- Définir la conique comme un ensemble des points du plan dont le rapport des distances à un point fixe (foyer) et à une droite fixe appelée directrice soit constante.
- Définir la conique comme enveloppe des cercles
- Définir l'ellipse, hyperbole et parabole à partir de leur équation commune $y^2 = 2yx + q^2$
- Définir la conique comme forme quadratique associée à une matrice
- Définir la conique comme courbe du second degré.

Avant d'aborder l'étude de la notion des coniques, il est indiqué à tout enseignant de dispenser les notions du plan sur les solides et sur l'espace. Les coniques sont des interfaces entre plan, solide et espace. Il est aussi conseillé d'inclure dans le programme une branche annexe à la géométrie à partir de la première des humanités en quatrième « utilisation des outils de la géométrie dynamique ».

Dégageons les avis et opinions enregistrées au niveau des opérateurs pédagogiques au tableau ci – après :

Opinion / Niveau	Très favorable	Favorable	Neutre	Défavorable	Très défavorable	Total
Enseignants	10	19	5	3	2	39
Apprenants	45	4	6	7	3	65
Inspecteurs	13	3	0	0	0	16
Total	68	26	11	10	5	120

Tableau f_0 n°3 : collecte des avis et opinions

En opérant une analyse statistique des données ci – avant, dressons le tableau de fonction de chaque colonne.

Opinion / Niveau	Très favorable	Favorable	Neutre	Défavorable	Très défavorable
Enseignants	22,1	8,45	3,575	3,25	1,62
Apprenants	36,8	14,08	5,95	5,41	2,7
Inspecteurs	9,06	3,46	1,46	1,33	0,66

Tableau n°04. Fonction f_c de chaque colonne

COLLECTION PLURAXES/MONDE

Elaborons le tableau suivant :

Opinion / Niveau	Très favorable	Favorable	Neutre	Défavorable	Très défavorable
Enseignants	146,41	111,30	2,02	0,062	0,14
Apprenants	67,24	101,60	0,0025	2,52	0,09
Inspecteurs	15,52	0,21	2,13	1,8	0,43

Tableau n°5 de $(f_0 - f_e)^2$

Calculons enfin $X^2 = \frac{(f_0 - f_e)^2}{f_c}$ pour chaque colonne

Opinion / Niveau	Très favorable	Favorable	Neutre	Défavorable	Très défavorable
Enseignants	6,62	13,17	0,56	0,019	0,08
Apprenants	1,82	7,21	0,00042	0,465	0,03
Inspecteurs	1,71	0,06	1,45	1,35	0,65

Tableau n°06 de $\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_c}$

Tableau test khi – deux

Donc $\sum X^2 = 35{,}19$

Le degré de liberté $dl = (R-1)(k-1) = (5-1)(R^3-1) = 4.2 = 8$

où k: *nombre de colonnes et* R: *le nombre de rang (lignes)*

X_C^2 *ou* X^2 Calculé vaut 35,19

Au seuil de p.01, X_t^2 ou X^2 , table vaut 20,09.

Nous constatons que $X_C^2 > X_t^2$

i) Interprétation des résultats

Le test de Khi – deux montrent qu'il y a divergences d'opinions entre nos sujets d'enquêtes. Toutefois, les évaluateurs, les formateurs et les contrôleurs de l'action éducative que sont les inspecteurs sont très

favorables à la diversification des cadres et registres dans l'enseignement des coniques.
Dégageons le tableau n°6 des pourcentages par catégories des sujets d'enquêtes par rapport à l'ensemble des partenaires.

Opinion / Niveau	Très favorable	favorable	Neutre	Défavorable	Très défavorable	Total
Enseignants	8,33%	15%	4,16%	2,5%	1,66%	1,66%
Apprenants	37,3%	3,33%	5%	5,83%	2,5%	2,5%
Inspecteurs	10,8%	2,5%	0%	0%	0%	0%
Total	56,3%	20,85%	9,16%	8,33%	4,16%	4,16%

Tableau n°07. Interprétation des résultats

Il se dégage de ces calculs : 56,3% des sujets d'enquêtés sont très favorables à une diversification des cadres : analytique ou algébrique, cadre géométrique, cadre graphique, etc … sur le plan conceptuel d'une part et aussi à une diversification des registres sur le plan évaluatif. Un pourcentage infime s'oppose à cette réforme d'autre part.

6. Conclusions

L'objectif de notre recherche est de déterminer les problèmes enregistrés dans l'enseignement – apprentissage des coniques dans la ville de Boma. Dans nos enquêtes, nous avons constaté que cet enseignement – apprentissage se focalise sur les registres ou cadres ; analytique ou algébrique, caractéristique et métrique.
Les registres : géométrique, graphique, registre figure géométrique et même historique sont masqués. Le test soumis aux apprenants de la quatrième année des humanités scientifiques révèlent leur incapacité notoire dans la conversion des tâches. Par ailleurs, les manuels utilisés, dans la plus part des écoles sont plagiés et non diversifiés du manuel de géométrie analytique conçus par LUPSIN et GRASS.
Ils sont donc présentés sous un modèle unique. Les apprenants donneront du sens à l'enseignement – apprentissage des coniques dès qu'ils seront capables d'explorer et d'exploiter les aperçus historiques et épistémologues d'une part et d'autre part de manipuler les outils

appropriés pour construire les coniques et enfin fouiller tous les cadres et registres pour dégager les concepts. Quant au programme, il serait impérieux qu'il tienne compte de la progression des avancées enregistrées au niveau de cet objet et qu'il donne de l'importance à la construction géométrique avec des outils de la géométrie dynamique.
Face à cette complexité, il serait souhaitable que l'étude des coniques commence dès la première année des humanités.
Tout au début, les coniques devraient être vues comme section de l'objet solide qu'est le cône. Cette façon de voir les choses feront que les études des solides (donc de l'espace) et celle des courbes planes précèdent les coniques. Les coniques sont donc les interfaces entre plan, solide et espace.
Enfin, la formation de l'enseignant et de son contrôleur est indispensable car les enseignants éprouvent beaucoup de difficultés pour communiquer avec les apprenants. L'Etat congolais exige aux enseignants l'utilisation de l'approche par situations problèmes pour construire les apprentissages. Les enquêtes ont révélé que les enseignants ne sont pas lotis quant à ce. Une mise à niveau est sollicitée.

7. Références bibliographiques

Alexandre David MOPONDI BENDEKO MBUMBU (2015), *didactique des mathématiques, éléments de contextualisation de l'enseignement en République Démocratique du Congo*, l'Hametton.

BONGIOVANNI, V.(2001), *les caractérisations des coniques avec Cabri – Géomètre, en formation continue d'enseignants, étude d'une séquence d'activités et conception d'un hyper document interactif*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourrier, Grenoble.

BROUSSEAU, Guy (2000), *les propriétés didactiques de la Géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie. Dans Actes du séminaire de didactique des mathématiques*. Réthymnon. Université de Crète, département des sciences de l'Education.

CHEVALLARD, y (1996), *l'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique didactique*. Recherche en didactique des mathématiques.

DUVAL, R(1993), *Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. Annales de didactique et de sciences cognitives, 5, IREM de Strasbourg.

EDMOND VANA ISEGHEN S. J (1988). Exercices *résolus de géométrie analytique plane*. Institut Kubame Kisantu, Bas – Zaïre, 15 mai 1988.

LUPSIN & GRAAS (1965), *Géométrie analytique plane*. Namur Belgique.

Morris, Robert (dir1987), *Etude sur l'enseignement des mathématiques : l'enseignement de géométrie*. vol 5, UNESCO.

TRGALOVA, (1995), *Etude historique et épistémologique des coniques et leur implémentation dans le logiciel Cabri – géomètre.* Thèse de doctorat en didactique des sciences, université Joseph Fourrier, Grenoble.

VERGNAUD, G(1990), *Psychologie de développement cognitif et didactique des mathématiques*. Un exemple, les structures additives.

VAN NOYEN (1986), *Géométrie analytique plane ; 6e scientifique et technique*, 1986.

Regine Douady, (1984), *Enseignement de la didactique outil – objet et jeux de cadres en formation mathématique des professeurs d'école*, cahier de didactique n°3, IREM, Paris7.