DE LA GEOMETRIE A LA LOGIQUE : LECTURE EPISTEMOLOGIQUE DES ÉLEMENTS D'EUCLIDE

Moctarou BALDÉ,
Université Cheikh Anta de Dakar
moctarou.balde@gmail.com

Résumé :

En dépit de son origine égyptienne et la découvre de fragments de traités géométriques en Égypte, c'est à Euclide que revient le mérite d'avoir construit la première forme d'axiomatisation des principes mathématiques. C'est le savant grec qui a apporté les cadres et les concepts fondamentaux en s'inspirant de la démarche logique. Il a raisonné avec toute la justesse possible et a laissé au genre humain des modèles de l'art de démontrer dans les mathématiques. *Avec lui*, la géométrie a cessé d'être un recueil de recettes pratiques ou, au mieux, d'énoncés empiriques, pour devenir une science rationnelle. *Héritier des géométries hellénistiques de son temps, Euclide les utilisera à son compte pour réaliser la première synthèse de la géométrie. Le système euclidien répondait de mieux en mieux à une double exigence : démonstration et procédure discursive de type aristotélicienne. C'est en cela d'ailleurs que la géométrie euclidienne est également l'héritière du modèle syllogistique aristotélicien. Et c'est pour cette raison que la logique conférait au système euclidien sa procédure rationnelle comme archétype de tout raisonnement rigoureux et déductif. Cette contribution vise donc à monter la place de la logique dans l'élaboration du système euclidien.*

***Mots-clés** : Euclide, géométrie, déduction, logique, mathématiques*

Abstract:

Despite its Egyptian origin, it must be recognized that even if fragments of geometric treatises are discovered in Egypt, it is to Euclid that the merit of having constructed the first form of axiomatization of mathematical principles goes. It was the Greek scholar who provided the fundamental frameworks and concepts, drawing inspiration from the logical approach. He reasoned with all possible accuracy, and left to the human race models of the art of demonstration in mathematics. With him, geometry ceased to be a collection of practical recipes or, at best, of empirical statements, to become a rational science. Heir to the Hellenistic geometries of his time, Euclid used it on his own to achieve the first synthesis of geometry. The Euclidean system increasingly responded to a dual requirement: demonstration and discursive procedure of the Aristotelian type. It is in this respect that Euclidean geometry is also the heir to the Aristotelian syllogistic model. And it is for this reason that logic conferred on the Euclidean system its rational procedure as the archetype of all rigorous and deductive reasoning. This contribution therefore aims to demonstrate the place of logic in the development of the Euclidean system.

Keywords: *Euclid, geometry, deduction, logic, mathematic*

Introduction

Sans conteste les *Éléments* constituent la première œuvre mathématique systématisée et construite sur le modèle déductif. Plus de deux millénaires, la géométrie euclidienne fut considérée comme le modèle insurpassable en théorie déductive. En réalité, loin de se résumer à une simple compilation de savoir géométrique ou à un noyau de l'enseignement mathématique, le système euclidien répondait de mieux en mieux à une double exigence : démonstration et procédure discursive de type aristotélicienne. C'est en cela, d'ailleurs, que la géométrie euclidienne est l'héritière du modèle syllogistique aristotélicien, et c'est pour cette raison que la logique conférait également au système euclidien sa procédure rationnelle comme archétype de tout raisonnement rigoureux et déductif.

La procédure syllogistique[1] perçue par Euclide comme un réservoir conceptuel utilisable est mis au profit de l'essor des mathématiques. Cet essor est aussitôt constaté dans le système euclidien dans le sens où tout est logiquement construit de sorte qu'aucun terme n'est évoqué sans être préablement défini. D'où l'idée des *Définitions* dans le livre I. Ainsi, les *Éléments*, bâtis sur un socle infaillible, la logique leur accordait, par ce fait, une certitude sans faille qui a duré deux mille ans. Cette croyance en l'infaillibilité des mathématiques est largement répandue au point que les *Éléments* était perçu comme un trésor où le doute n'avait aucune place.

En effet, Euclide est bien reconnu par ses pairs comme étant le premier mathématicien à avoir apporté la première systématisation du savoir géométrique. Car, même si les savants divergent sur plusieurs points, le modèle euclidien, quant à sa cohérence et sa rigueur ne prêtait guère

[1] Elle consiste à raisonner comme suit : à partir d'un ou de plusieurs prémisses, tirer une conclusion. Euclide s'en est remarquablement servi dans la systématisation de sa géométrie.

au doute. Durant vingt siècles, des mathématiciens rompus à la tâche comme Descartes, Leibniz, entre autres, ne concevaient d'une méthode scientifique que celle qui s'accordait au cheminement euclidien. Même « Kant devait concevoir sa notion d'espace en fonction du système euclidien ». (Poincaré, 1968). La tradition euclidienne faisait donc l'unanimité en histoire des sciences. En cela, elle était une nécessité que la pensée scientifique devait embrasser. Mais sur quoi repose justement le succès du modèle déductif euclidien ? Quel rôle a joué la logique dans l'élaboration des *Éléments* d'Euclide ? Les réponses à ces interrogations constitueront le corps de cet essai car, en partant de l'hypothèse selon laquelle la logique eut joué un rôle charnière dans la constitution de la pensée d'Euclide, nous montrerons comment le raisonnement logique contribua à la construction du système euclidien.

1. Les éléments primitifs et structurants du système euclidien

En prenant compte des témoignages des anciens historiens grecs notamment Hérodote, les mathématiques auraient pour origine l'Egypte :

> Ils disaient que ce roi (Sésostris environ 2000 ans av. J-C) avait partagé le territoire entre les Egyptiens, en attribuant à chacun une parcelle égale, de forme carrée ; il percevait les impôts sur la base de cette subdivision, après avoir instauré le payement d'une contribution annuelle. Si le fleuve venait à rogner quelque parcelle de terrain, le propriétaire se rendait chez le roi et le lui signalait : ce dernier dépêchait

> alors des fonctionnaires sur les lieux, chargés d'observer et de mesurer le rétrécissement du terrain pour que l'impôt eu fût à l'avenir diminué d'autant. Ce sont selon moi, ces pratiques qui ont donné naissance à la géométrie et cette dernière s'est par la suite transmise à la Grèce. (Giusti, 2001).

Ainsi, en dépit de son origine égyptienne, il faut reconnaître que même si l'on découvre de fragments de traités géométriques en Egypte, c'est à Euclide que revient le mérite d'avoir construit la première forme d'axiomatisation des principes mathématiques. Avec lui, la géométrie a cessé d'être un simple recueil de recettes pratiques ou, au mieux, d'énoncés empiriques, pour devenir une science rationnelle. Héritier des géométries hellénistiques[2] de son temps, Euclide les utilisera à son compte pour réaliser la première synthèse de la géométrie. À ce propos, (Gaveing,1990) fait remarquer que « le monument euclidien résulte d'une exigence de fidélité à l'égard des grandes théories mathématiques léguées par l'histoire, et leurs initiateurs dont le public informé s'attendait légitiment à retrouver la tradition ». Les propos de Gaveing résument en quelques mots, d'une éloquence chaleureuse, la dimension de la pensée du savant grec. Il ne s'agissait pas, en effet, pour Euclide, d'un travail portatif qui rendrait son système géométrique aussi commode que

---

[2] Les historiens désignent par « hellénistique » l'époque précédant la naissance du Christ de quatre siècles – du IVe siècle av. J.-C. au 1er siècle apr. J.-C. – ayant ainsi représenté le début de l'interaction de la civilisation grecque avec celle de l'Orient. D'origine grecque, « hellénistique » est composé de « *hellen* » qui veut dire Grec, et de « *esti* » qui signifie l'Est. Le terme « hellénistique » fait donc allusion au brassage des deux anciennes civilisations grecque et égyptienne. In www.larousse.fr/dictionnaires/français/hellénistique/39410 p.1.

mystérieux, mais d'une réelle systématisation du savoir géométrie inspirée des théories qui précédaient la sienne.

Cette entreprise de systématisation de la connaissance géométrique répond au souci de justifier l'idée de déduction logique qui apparaît dans le système euclidien. En réalité, le vœu sacré d'Euclide consiste à révéler une structure géométrique, d'en expliquer les éléments et de comprendre la cohérence interne afin de parvenir à une systématisation. Pour y arriver, il énonce et expose un certain nombre de principes primitifs et fondamentaux (Définitions, Postulats, Axiomes) sur lesquels il édifie son système. Voyons l'exposé qu'il fait de ces éléments primitifs et structurants de sa géométrie.

1.1. Les Définitions

Dans les *Éléments*, les *définitions*, en tant qu'étape initiale de systématisation, se caractérisent par le fait qu'elles fixent le sens des termes et notions. Autrement dit, les définitions donnent une explication et une approche exacte des concepts. Le but est d'éviter l'équivocité, étrangère à l'esprit mathématique, pour garantir l'univocité du discours qui est une condition essentielle dans une science telle que la géométrie. Ainsi, l'idée de définition comme point départ dans un raisonnement est une préoccupation d'ordre méthodique chez Euclide. À travers les définitions, l'objectif visé était de réduire considérablement les contradictions sur les points de vue que les uns et les autres auraient des concepts. Selon Euclide, le géomètre doit se méfie des écarts définitionnels susceptibles de conduire son raisonnement à une multitude d'interprétations. En ce sens, selon Frege (1994), comme toute la science, « la géométrie a besoin des termes techniques aux significations déterminées et fixes », pour essentiellement « parer contresens là où une expression est ambiguë ». Voici quelques *définitions* qu'énonce Euclide dans le livre I des *Éléments* : *Un point est ce dont il y'a aucune partie ; une ligne est une longueur sans largeur ; les limites d'une ligne sont des points.*

Ce qu'il faut retenir, c'est qu'en réalité les définitions ne sont ni des principes, ni des règles de conduite. Elles constituent, en revanche, un ensemble de corps définitionnels premiers grâce auxquels se systématise la géométrie euclidienne. Outre les *définitions*, se greffent d'autres éléments primitifs d'une importance similaire pour Euclide.

1.2. Les Postulats

Étymologiquement, le mot postulat vient du latin « *postulare* », qui signifie " *demande* ". Les postulats sont un ensemble de propositions non démontrées que le mathématicien demande d'accepter comme nécessairement vraies, et dont il a besoin pour bâtir une démonstration. En clair, ce sont des demandes formulées par le géomètre à l'endroit de son auditoire afin de réussir sa démonstration. Concrètement, selon Blanché (1970), un postulat s'énonce « comme principe d'une démonstration bien qu'il ne soit ni évident ni démontré ». En ce sens, les postulats n'ont pas une évidence immédiate, ils sont tout de même des demandes auxquelles le géomètre peut recourir.

Au fond, dans la géométrie euclidienne, il arrive, par besoin d'une démonstration et dans le but de bien la réussir, d'évoquer une demande. C'est du reste ce qu'on peut lire dans cet extrait de l'*Axiomatique* de Blanché (1955) : « Euclide, après avoir commencé la chaine de ses déductions, arrive à admettre d'invoquer dans le cours même d'une démonstration et ne rien que pour le besoin de celle-ci, une proposition particulière qu'il demande qu'on lui accorde sans pouvoir se justifier ». Il apparait clairement, que les postulats sont des énoncés que le mathématicien propose et qui sont pris comme tels quand bien même ils sont non évidents et non démontrés. Au nombre des postulats, Euclide retient cinq. Le dernier *si une droite tombant sur deux droites fait les angles intérieurs et du même côté plus petit que deux droites, les deux droites, indéfiniment prolongées, se rencontrent du côté où sont les angles plus petits que deux droits*, retient notre particulièrement notre attention.

Long et complexe, ce cinquième postulat est confus dans son exposé au point que, au cours de l'histoire de la géométrie, il a été reformulé sous d'autre formes d'énoncés qui lui sont logiquement équivalents, dont le plus connus est celui du mathématique britannique, John Playfair[3] : « *Par un point pris hors d'une droite, il ne passe qu'une et seule droite parallèle à cette droite* ». Il s'agit, en effet, du fameux postulat des parallèles dont la démonstration, aux dires d'Henri Poincaré, a tourmenté plus d'un.

À la différence des *définitions* dont le but est de poser le sens des objets mathématiques et géométriques en particulier, les postulats portent sur des procédures géométriques elles-mêmes. Comme tels, ils sont nécessairement pour le déploiement des conséquences car,

[3] Playfair avait publié une édition annotée des *Éléments* d'Euclide en 1795 dans laquelle il utilise la notation algébrique pour abréger les démonstrations, et y introduit également l'axiome de Playfair, qui peut être aujourd'hui considéré comme une meilleure reformulation du cinquième postulat d'Euclide.

lorsque les postulats sont posés, il est question de valider certains agencements et certaines démarches mathématiques afin de permettre certaines constructions. Les postulats « présentent donc, semblent-t-il, les procédures les plus simples à travers lesquelles peuvent s'effectuer toutes les constructions et leur possibilité » (Frege, 1994). Cependant, au-delà d'être accepté comme tels à la demande du mathématicien, les postulats, faut-il le rappeler, ne sont pas exemptes de toutes contestations. Autrement dit, ils peuvent faire, en un moment donné, l'objet d'une vive critique en attendant une démonstration. Ces propos de Gaveing (1990) mettent en lumière cet aspect bien connu du postulat des parallèles :

> Les hypothèses initiales d'une science, hypothèse au sens absolu, ne sont pas susceptibles de démonstration, mais il y a des hypothèses que, dans un contexte didactique, le maître pose sans démonstration : c'est une hypothèse relativement à l'élève et celui-ci peut lui donner un assentiment ; dans le cas contraire, cette supposition est un Postulat - une hypothèse contestée en attendant une démonstration.

Après avoir fixé le sens des objets *géométriques* au moyen des *définitions*, et en plus d'avoir énoncé des *postulats*, Euclide en vient aux principes connus sous le nom d'*axiomes*.

1.3. Les axiomes

" Je crois vrai ou j'estime irréfutable" c'est ce à quoi renvoie le mot axiome du grec « axiôma ». L'axiome désigne des propositions qui ne se démontrent pas, mais que l'on pose par un acte décisif de l'esprit en vertu des lois de la raison au début de toute démarche déductive. Ils reposent, de ce point de vue, sur une certaine intuition. Dès son émergence, l'axiome s'est imposé comme une vérité générale, indémontrable et évidente par elle-même.

Chez Euclide, les axiomes sont considérés comme des notions communes, appellation qu'on retrouve aussi chez Aristote, et plus tard sous le nom de "notions innées" ou de "vérités premières " chez des penseurs comme Descartes et Leibniz. Cela étant, les axiomes acquièrent un statut particulier chez le savant d'Alexandrie. En effet, ils sont des énoncés dont l'évidence ne fait aucun doute parce qu'ils s'imposent nécessairement à l'esprit. C'est cette évidence des axiomes qui pousse Robert Blanché (1955) à formuler l'affirmation selon laquelle « L'axiome enveloppe d'abord l'idée d'une évidence intellectuelle, une proposition analytique qu'il y aurait absurdité à nier ». Il apparait clairement que, à la différence des postulats dont le caractère évident est douteux, les axiomes posent une évidence absolue et incontestable.

En se référant fidèlement aux *Éléments*, on retrouve huit (8) axiomes. Le neuvième et dernier, « *Et de deux droites ne contiennent pas une aire* », n'est qu'un rajout du traducteur Bernard Vitrac. Mais toujours est-il que, dans le système euclidien, les axiomes, de par leur évidence, jouent un rôle fondateur dans le raisonnement. Dès lors, ils constituent la *fondation* en termes euclidiens, la *métaphysique* dans l'arbre philosophique de Descartes, et la *philosophie première* au sens aristotélicien.

En somme, à travers les axiomes, nous remarquons nettement un énoncé indémontrable au-dessus du postulat dont on peut exiger, pour déterminer le statut, une démonstration comme ce fut le postulat des parallèles. Avec les *postulats*, les *définitions* et les *axiomes*, Euclide finit par arriver à une systématisation de la géométrie. Mais l'intérêt du lien logique entre ces trois éléments est aussi le fait d'avoir conduit l'auteur des *Éléments* à atteindre un système déductif.

2. L'idée de déduction logique au cœur des *Éléments*

Pour suivre l'intrépide d'Euclide jusqu'au bout de ses affirmations, il faut aller au-delà de sa systématisation de la géométrie qui n'est qu'une étape de son succès. Ce qu'on veut exprimer ici, c'est que le triomphe du système euclidien embrasse un autre moment de sa démarche : l'idée de déduction logique dans les *Éléments*.

La déduction logique coordonne l'accord primitif des trois principes fondamentaux. Elle offre cette cohérence logique dans l'enchaînement des démonstrations géométriques. Sans elle, aucune coordination entre les *définitions*, les *postulats* et les *axiomes* n'est envisageable. Or, pris individuellement, ces principes semblent être insuffisants pour répondre aux exigences d'un système de déduction tel que voulu par Euclide. Ce qui veut dire que, dans le système euclidien, la jonction simultanée de ces éléments constitutifs s'impose comme une nécessité pour diriger convenablement le raisonnement. Une simultanéité garantie par une procédure cohérente et juste dont la logique est porteuse. C'est ainsi, par exemple, à partir d'un enchaînement logique qu'Euclide arrive à la conclusion suivante « Parmi les figures trilatères, celle qui est terminée par trois côtés égaux se nomme triangle équilatéral » (Peyrard, 1993). Pour parvenir à la construction d'un triangle équilatéral, le mathématicien grec combine à la fois définitions, postulats et axiomes, le tout dans un enchaînement logique sans faille.

La déduction euclidienne se caractérise par le fait que les informations nouvellement obtenues ou les résultats qu'elle permet d'atteindre sont extraits de celles qui sont déjà acquises. Un tel raisonnement, au cours duquel certaines choses sont posées pour en tirer d'autres, indique clairement que, ce que *les Eléments* ont voulu réaliser c'est, en réalité, une réunion systématique des connaissances mathématiques qui repose sur des hypothèses et des déductions logiques. Dans le souci justement d'offrir une précision sur ce qu'est la déduction, Oléron (1996) dans son ouvrage *Le Raisonnement*, déclare ceci : « Pour définir la déduction d'une manière suffisante on dira que, certaines connaissances étant considérées comme acquises, elle consiste à en tirer d'autres qui en sont les conséquences. Si l'on informe que A> B et B> C l'adulte en conclut aussitôt : A>C ». Suivant cette définition, Oléron nous apprend davantage et avec nitescence la caractéristique fondamentale de la déduction à la lumière de la démarche euclidienne. Car il ressort de cette définition que la particularité essentielle d'une déduction réside dans des jeux d'inférences articulées. Et, selon le même auteur, Euclide n'a pas manqué de suivre un tel procédé. Pierre Oléron (1996) résume bien cet aspect de la déduction logique dans les mathématiques dont Euclide fut l'instigateur en ces termes :

> Les recherches effectuées aux XIXe et XXe siècles en vue d'approfondir les fondements des mathématiques, de surmonter les paradoxes nés de la théorie des ensembles, de développer une logique de type mathématique ont conduit à élaborer la théorie des systèmes déductifs (…) ».

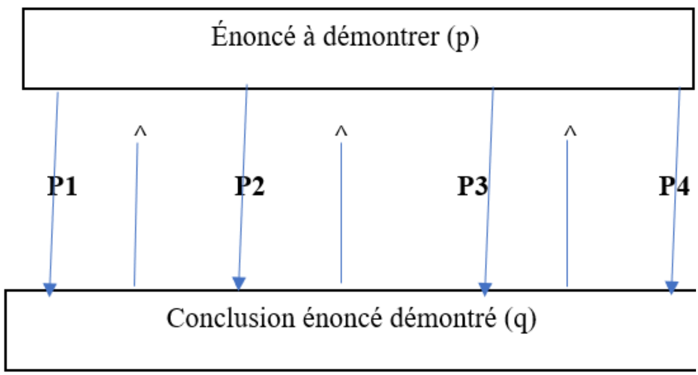
Mais à en croire Oléron, il n'était pas question de n'importe quel système de déduction. C'est du reste un système déductif parfait comme celui d'Euclide avec des prémisses préalablement posées et susceptibles d'engendrer des conséquences. En clair, il s'agit d'un « un système déductif parfait est constitué d'une liste d'axiomes, c'est-à-dire un ensemble de prémisses et des théorèmes qui peuvent s'en déduire » (Oléron, 1996).

Une telle procédure, Euclide n'en a pas fait l'économie dans son système. En effet, en soulignant la cohérence logique qui sous-tend le raisonnement déductif, le système euclidien semble offrir l'exemple le plus achevé de théorie déductive. À côté du syllogisme tel qu'élaboré par Aristote, le modèle euclidien, du point de vue purement formel et logique, est le prototype le plus accompli de tout système déductif. C'est ce que R. Blanché a voulu exprimer dans son ouvrage *L'axiomatique* (1955) lorsqu'il écrit : « la géométrie classique, sous la forme que lui a donnée Euclide, a longtemps passé pour un modèle insurpassable, et même difficilement égalable, de théorie déductive ».

Déjà, dans livre I des *Eléments*, les expressions successives telles que « *ce qu'il fallait faire* » et « *ce qu'il fallait démontrer* » comme locutions concluantes, font allusion clairement et avec justesse à un cheminement déductif dans le système d'Euclide. Avec ces expressions concluantes, la démonstration euclidienne laisse penser qu'il y a justement un certain nombre d'étapes antérieures, et c'est en réalité celles-ci qui constituent les prémisses sur lesquelles le mathématicien s'appuie pour inférer des conclusions.

Théoriquement, voici à quoi ressemble l'entreprise déductive euclidienne. Premièrement, il faut se procurer nécessairement des vérités primitives, ce qu'on peut considérer comme des hypothèses mathématiques. Secondement, se garantir de l'accord mutuel et logique de ces différentes prémisses ou vérités primitives. In fine, s'assurer à ce que l'on puisse déduire à partir de ces hypothèses de départ, des vérités secondes avec évidemment l'adjonction des prémisses déjà posées.

Pour étayer ce procédé déductif du système euclidien, qu'il nous soit permis de l'illustrer pour au moins une raison fondamentale, celle que la géométrie est une discipline de construction en plus d'être une science de l'espace. Schématisé, le modèle déductif euclidien donne ceci :



Ce schéma retrace la chaîne déductive euclidienne. Au regard du procédé ci-dessus, on comprend nettement que la théorie déductive euclidienne obéit à un rapport logique entre les différentes étapes. Ainsi, de la démonstration d'une vérité, il faut nécessairement l'accord préalable des différentes prémisses postulées d'une part et, d'autre part, une implication directe entre la conséquence (q) et l'antécédent (p). C'est en cela que la déduction logique est omniprésente dans la théorie euclidienne. Il faut tout de même préciser aussitôt deux choses : la première est que le choix du nombre de prémisses, dans ce schéma, relève de notre nous. Les prémisses peuvent varier ou évoluer d'une démonstration à une autre. C'est pourquoi la deuxième chose à souligner consiste à reconnaître que toutes les démonstrations euclidiennes n'ont pas la même facilité de construction.

Cependant, malgré une pluralité de construction des démonstrations, le système euclidien obéit à une procédure déductive théorique identique. La constante dans ce procédé déductif est le fait que, à chaque fois que la déduction prend forme, on saisit ce qui est à démontrer ou à connaître en fonction de ce qui l'est déjà. Ce qui fait que, par exemple, dès qu'une situation se présente, c'est tout un arsenal déductif qui est mobilisé. Là aussi, on constate que la logique est impliquée.

Le savant grec fait recourt, à la fois, à tous les éléments premiers (les *définitions*, les *postulats* et les *axiomes*) et à toutes les propositions démontrées comme vraies (les théorèmes). Autant on sollicite ce qui est postulé que ce qui est déduit auparavant. Tout est pris en compte et enchaîné suivant l'exigence d'une rigueur logique sans précédent. Cette omniprésence de la logique et cette dose de cohérence interne dans l'œuvre d'Euclide feront dire à Blanché (1955) la chose suivante : « Grâce au recours à la logique, l'ensemble de l'œuvre forme un système dont on ne pourrait distraire ou modifier une partie sans compromettre le tout ».

Sans avoir besoin de retracer toute l'argumentation qui rythme les *Éléments*, on retiendra que la destination de l'entreprise euclidienne est logique dans la mesure où le cheminement de la réflexion envisagée suit une relation d'implication et de conséquence. Ici, chaque énoncé à démontrer est accompagné de toute sa chaîne de démonstration. Le système euclidien est remarquablement teinté de logique. Sinon comment justifier, dans le répertoire conceptuel d'Euclide, la récurrence du concept de *Déduction* ? D'ailleurs, dans un passage très remarquable de *Les étapes de la philosophie mathématique*, Léon Brunschvicg (1912) souligne la présence d'une forte dose de logique dans l'œuvre du mathématicien : « Euclide, pour de nombreuses générations qui se sont nourries de sa substance, a été moins peut-être un professeur de géométrie qu'on professeur de logique ».

Au demeurant, en dépit toutes les contestations dont nous faisons ici l'économie, le savant grec a construit, sur la base d'une cohérence logique, un système déductif. Et à « à longueur de siècle, les démonstrations rigoureuses d'EUCLIDE furent universellement adoptés comme modèle à imiter » (Efimov, 1981). L'originalité d'Euclide se trouve particulièrement dans sa systématisation, une sorte de synthèse de tout son héritage au cours des siècles. Le système euclidien s'est imposé dans le domaine des mathématiques comme le modèle déductif par excellence. Et c'est pour cela, peut-être, qu'il faut définitivement faire le rapprochement entre la théorie déductive euclidienne et la logique de type aristotélicien. Car, dans l'élaboration du savoir géométrique euclidien, la déduction logique aura clairement été à la fois importante et omniprésente.

Conclusion

En définitive, on peut affirmer, sans risque de se tromper, que les *Éléments* d'Euclide constituent le plus ancien ouvrage de la Grèce antique traitant des mathématiques avec un souci de rigueur scientifique sans commune mesure reposant sur un système de démonstration mathématique. Car, après tout, il est clair que le système euclidien n'est pas seulement un assemblage de treize livres ou un simple modèle d'enseignement mathématique. Euclide, en mettant à l'honneur le procédé logique dans ses différentes démonstrations géométriques, fut original dans sa démarche pour construire un guide complet et irréfutable de théorie scientifique, difficilement égalable pendant deux cent décennies. Pour cette raison, même s'il ne bénéficie pas aujourd'hui, aux yeux des mathématiciens modernes, de la même auréole qu'un certain Pythagore, ce n'est pas par manque de subtilité scientifique. Car, aujourd'hui encore, malgré une période marquée par une ambiance nettement dominée par des théories scientifiques plus prometteuses pour l'avenir, les *Éléments* d'Euclide ne semblent pas hors de propos. Bien au contraire, ils sont encore scrutés, ne serait-ce que pour l'enseignement des mathématiques.

Références bibliographiques

AYOAVI Mawuko, 2015. *Sens et portée des géométries non-euclidiennes dans l'évolution des mathématiques, Une lecture de l'Axiomatique de Robert BLANCHE,* Don-Bosco, Togo

BELNA Jean-Pierre, 2014. *Histoire de la logique*, éd. ELLIPSES, Paris

VITRAC Bernard, VILLINI Cédric, BERRY Gérard, BROUE Michel, GOLDSTEIN Catherine, LAUNAY Mickael, MOATTEI Alexandrie, STEWART Ian, 2017. *Le Point Références », Euclide, Descartes, Euler, Cauchy, Galois, Riemmann, Turing, Nash, Grothendieck, Comprendre les mathématiques, les textes fondamentaux,* février- mars 2017

Encyclopédie philosophique universelle, Les notions philosophiques, Tome 1, Paris, Presses Universitaires de France, Mars 2002

BRUNSCHVICG Léon, 1912. *Les étapes de la philosophie mathématique*, éd. Félix Alcan, Paris

BLANCHÉ Robert, 1955. *L'axiomatique*, PUF, Paris

EFIMOV Nicolaï, 1981. *Géométrie supérieure*, éd. Mir Moscou

Encyclopédie philosophique universelle, Les notions philosophiques, Tome 2, Presses Universitaires de France, Paris, Mars 2002

EUCLIDE, 1990. *Les Éléments* traduit du texte de HEIBERG volume l, INTRODUCTION GENERALE par Mattrice Caveing LIVRES I-IV : GEOMETRIE PLANE, Traduction et commentaires par Bernard Vitrac, PUF, Paris

FREGE Gottlob, 1994. *Ecrits posthumes*, Traduits de l'allemand sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Nîmes, Edition Jacqueline Chambon

GAVEING Maurice, 1990. Introduction générale, Livre I – IV, Traduction et commentaire par Bernard Vitrac. Cf. EUCLIDE, *Les Éléments* Vol. I., Ed. PUF, Paris

GBOCHO Akissi Michel, 2018. *Introduction à la logique formelle*, éditions Soleil Levant

GIUSTI Enrico, 2001. *Au-delà du compas : Brins d'histoire des maths*, Lyon, Galion.

Launa Martin, « Voyage en mathématique », in *Le Point Références, Comprendre les mathématiques, les textes fondamentaux*, février- mars 2017

Nabonnand Philippe, « HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES Les recherches sur l'œuvre de Poincaré » (Université de Nancy/ Archives Henri Poincaré)

OLERON Pierre, 1977, 1996. *Le Raisonnement,* 5eme édition juillet, PUF, Paris

PEYRARD François, 1993. *Les Eléments de Géométries D'Euclide*, Blanchard, Paris

POINCARE Henri, 1968. *Science et hypothèses*, Flammarion, Paris

ROUGIER Louis, 1921. *La structure des théories déductives*, éd. Felix Alcan, Paris

Verdier Jacques, « *D'Euclide à Lobatchevski pourquoi 20 siècle d'attente* », in *www.apmep.fr/D-Euclide-aLobatchevski.*