

## Vers la pensée déductive : réussir la transition de l'iconique au théorique au post-primaire

**André Janvier KY,**  
*Université Virtuelle du Burkina Faso*

### Résumé

*L'enseignement de la géométrie est un maillon essentiel dans l'initiation à la logique mathématique et par suite, celle de la démonstration. Ce travail analyse les défis liés à l'enseignement de la géométrie au Burkina Faso, en mettant l'accent sur la transition complexe entre la perception visuelle et le raisonnement déductif. À partir d'exemples, il montre comment en précisant mieux le contrat didactique qui lie l'enseignant aux apprenants, cette transition peut être mieux négociée. S'appuyant sur la théorie anthropologique du didactique, l'étude propose une approche innovante qui intègre des savoirs endogènes, tels que les techniques de construction des cases traditionnelles. Cette méthodologie permet aux apprenants de transformer des preuves pragmatiques en concepts théoriques rigoureux, facilitant ainsi la maîtrise des structures logiques, en reliant les réalités concrètes aux exigences axiomatiques.*

**Mots clés :** *Démonstration – paradigme – géométrie – praxéologie*

### Abstract

*The teaching of geometry is a crucial link in the introduction to mathematical logic and, consequently, to proof. This work analyzes the challenges associated with teaching geometry in Burkina Faso, focusing on the complex transition between visual perception and deductive reasoning. Using examples, it demonstrates how this transition can be more effectively negotiated by better defining the didactic contract between teacher and learners. Drawing on the anthropological theory of didactics, the study proposes an innovative approach that integrates endogenous knowledge, such as traditional house-building techniques. This methodology enables learners to transform pragmatic proofs into rigorous theoretical concepts,*

*thereby facilitating the mastery of logical structures by connecting concrete realities to axiomatic requirements.*

**Keywords:** *Demonstration – paradigm – geometry – praxeology*

## **Introduction**

L'enseignement est un maillon du projet de société, il est une pratique culturelle. Ainsi, on observe à travers le monde différentes pratiques d'enseignements influencés par la culture dans l'enseignement des mathématiques en général et plus particulièrement dans celui de la démonstration. Selon Cabassut (2002), l'importance culturelle des mathématiques en France pourrait « tirer sa légitimité des mathématiques savantes, avec de grandes institutions centralisées comme les grandes écoles avec leurs classes préparatoires, l'Académie des sciences, ... et de grands mathématiciens tels que Bourbaki ».

Selon le même auteur, en Allemagne, les enseignants de mathématiques sont tous bivalents (mathématiques et une autre discipline). Ils disposent sans doute d'une plus grande ouverture sur la pratique de la démonstration. La rigueur et la précision linguistique sont moins importantes que des pratiques plus culturelles, comme présenter une perspective globale ou utiliser des démonstrations pour expliquer, notamment en démonstration propédeutique.

Au Burkina Faso, l'enseignement-apprentissage de la logique mathématique, notamment au secondaire de l'enseignement général pose des difficultés (Timbila, et al., 2023). L'état des lieux que ces auteurs font de l'enseignement de la logique au Burkina Faso révèle que les difficultés de l'enseignement de la logique mathématique étaient dues aux connaissances erronées des professeurs et à une mauvaise

appréhension des instructions officielles, sources de mauvaises pratiques enseignantes à propos de la logique mathématique.

L'enseignement de la géométrie élémentaire a été depuis toujours un maillon essentiel dans l'initiation à la logique mathématique et par ricochet dans celle de la démonstration. Dans les programmes de mathématiques du post-primaire de l'enseignement général, il est mentionné que, le professeur doit « entraîner l'élève à la pensée déductive sur de courtes séquences » et s'inspirant de l'Académie des sciences en France, il est recommandé que, dans cet apprentissage de la réflexion et de la méthode déductive, il importe que le maître observe la règle suivante : les faits que l'on admet à un instant donné et qui vont servir de base au raisonnement doivent être clairement énoncés et ne prêter à aucune confusion dans l'esprit de l'élève. D'où l'importance pour le professeur de définir clairement le contrat didactique avec ses apprenants.

Au post-primaire, dans le passage de l'étape 13-14 ans à celle de 14-15 ans, on escompte chez l'élève, qu'une fonction de théoricien succède à une fonction de praticien.

“La maîtrise d'un savoir-faire, liée à un besoin d'efficacité, se transforme en un désir de connaître, lié à un besoin de rigueur. Les situations de formulation et de validation sont d'abord tournées vers la description et la conviction pour être substituées par la définition et la démonstration.” (Richard, 2004, p.52)

En géométrie, cette transition est caractérisée par le passage d'une géométrie perceptivo-déductive à une géométrie hypothético-déductive, où la perception fait place à la déduction à partir de faits admis. Elle peut être mise à profit

pour initier les apprenants à la démarche déductive, pourvu que l'on se donne la peine de mieux préciser le contrat didactique. En effet, « le contrat est spécifique du savoir et donc nécessairement périssable car le savoir se transforme ». Comment réussir cette transition ?

Nous présentons à présent le cadre théorique et conceptuel de cette étude. Dans un premier temps nous définissons le concept de géométrie et son évolution dans le temps, du calcul pratique au raisonnement déductif, axiomatique. Dans un deuxième temps, nous nous intéressons à la notion de paradigme géométrique. Celle-ci nous permet de faire la distinction entre la géométrie spatio-graphique et la géométrie déductive axiomatique. Dans un troisième temps nous nous intéressons à la théorie anthropologique de la didactique, celle-ci à travers le concept de praxéologie nous permet d'établir un lien entre savoirs et pratiques. Enfin, la notion de preuve et de validation en mathématique permet de mieux définir le contrat didactique enseignant-apprenant.

## **1. Cadre théorique et conceptuel**

### ***1.1. La géométrie***

Étymologiquement, le mot « géométrie » se décompose en « géo » et « métrie » qui signifient respectivement « terre » (gaïa) et « mesure » (metron). À l'origine donc c'est une discipline scientifique qui s'inspire de la nature, de l'environnement des praticiens. Il était question de problèmes de mesure, de calculs d'aires, de volume, de limites de terrain, de calculs astronomiques, etc.

À partir du sixième siècle avant J-C, sous l'impulsion des Grecs, la géométrie n'est plus uniquement pratique, elle est

aussi philosophique c'est à dire un modèle de raisonnement : le raisonnement déductif.

Dans son acception la plus universelle, il consiste à admettre certaines connaissances comme acquises et à en tirer d'autres qui en sont les conséquences, sans recours à l'expérience ou à toute autre source extérieure.

Au troisième siècle Euclide organise les savoirs de l'époque pour donner naissance à la géométrie euclidienne. Aujourd'hui le mot géométrie fait référence à un vaste corpus d'activités et l'on distingue plusieurs types de géométrie tributaires des postulats de départ.

En effet, au XVIIe siècle, les mathématiciens commencent à s'interroger sur les axiomes d'Euclide. Gauss (1777-1855) démontre que l'axiome des parallèles ne peut être démontré ; ces axiomes deviennent alors des postulats, ils ne sont pas tenus pour vrais et servent seulement de base pour une théorie déductive. De ce constat, vont naître plusieurs géométries non euclidiennes telles celle de Lobatchevski (1792-1856) qui postule que « par un point extérieur à une droite on peut mener une infinité de parallèles à cette droite », ou celle de Riemann (1826-1886) qui postule que « par un point extérieur à une droite il ne passe aucune parallèle ».

La géométrie aujourd'hui n'est plus seulement « naturelle », intimement liée au monde, aux objets physiques et matériels, elle est « théorique », complètement insérée dans des problématiques de choix de postulats et de recherche des conséquences de ces choix, d'où l'existence de plusieurs types de géométries.

### **1.2. Paradigme géométrique selon Parzys**

Kuhn et Houdement (2007) définissent le paradigme comme étant ce que partagent les membres d'une

communauté [un groupe particulier de spécialistes], ce qui explique la relative plénitude des communications sur le plan professionnel et la relative unanimité des jugements professionnels.

Parzysz (2006) propose un cadre théorique comportant quatre paradigmes, qui s'articulent selon le schéma suivant :

**Tableau1** : Types de géométrie selon Parzysz (2006)

	Géométries non axiomatiques		Géométries axiomatiques	
Types de géométrie	Concrète (G0)	Spatio-graphique (G1)	Proto-axiomatique (G2)	Axiomatique (G3)
Objets	Physique		Théorique	
Validations	Perceptivo-déductive		Hypothético-déductive	

Le modèle repose sur la nature des éléments en jeu et sur le mode de validation.

« Partant de la "réalité", ou encore du "concret" (G0), qui n'est pas encore géométrique car ses objets sont des réalisations matérielles avec toutes leurs caractéristiques (matière, couleur, etc.), nous opposons d'une part une géométrie non axiomatique, s'appuyant sur des situations concrètes qui sont idéalisées pour constituer le "spatio-graphique" (G1), et d'autre part une géométrie axiomatique, l'axiomatisation pouvant être explicitée complètement (G3), ou non (G2), et la référence au "réel" étant facultative pour la première (mais pas pour la seconde) » (Parzysz, 2006, p. 130)

L'enseignement de la géométrie élémentaire se résume, pour l'essentiel, à (G1) et (G2). (G0) ne constitue pas une

géométrie si l'on se réfère au système scolaire. Cependant, à travers ce passage on perçoit l'intérêt de (G0) dans une tentative de contextualiser les apprentissages scolaires. En effet, pour de multiples raisons dont l'absence d'écriture, les activités géométriques dans bon nombre de cultures se situent au niveau (G0) avec quelquefois des prémices de (G1). Il s'agira pour l'enseignant de parvenir à (G1) ou (G2) en s'appuyant sur (G0), c'est-à-dire, d'opérer une transition des élèves de (G0) vers des niveaux plus élevés.

Comment préparer les apprenants pour une meilleure transition entre géométrie liée aux figures, schéma de la réalité et une géométrie déductive, une géométrie axiomatique ?

### **1.3. La théorie anthropologique du didactique (TAD)**

La TAD permet de relier étroitement le discours (les savoirs, les théories) et la pratique (les techniques, les savoir-faire) à travers le concept de praxéologie, toute praxéologie combinant à la fois un bloc praxique et un bloc théorique en interaction dialectique.

Il s'agit de construire des organisations mathématiques de référence et des organisations didactiques (Chevallard, 1999). Car ce qui est observé dans le traitement d'une situation, c'est un ensemble de gestes et de procédures mis en œuvre. Cependant derrière toute démarche avérée se cachent un ou plusieurs savoirs. L'analyse didactique des mathématiques par l'approche anthropologique distingue dans ce qui est observé, ce qui peut être considéré comme savoir ou savoir-faire.

Pour Chevallard, l'activité mathématique, et par conséquent l'apprentissage des mathématiques, se situe dans l'ensemble des activités humaines et des institutions sociales. Ainsi, toute activité régulièrement accomplie par l'Homme peut-elle être appréhendée sous un modèle unique, que

résume le concept de praxéologie. Ce concept fait référence aux types de tâches accomplies, aux techniques pour les exécuter, aux technologies à la base des techniques et aux théories qui justifient les technologies en question. Dans ce qui suit, nous faisons un bref rappel de ces concepts clés de l'approche anthropologique de la didactique.

La tâche s'exprime par un verbe d'action. Elle peut être considérée comme une réponse à une question. Dans la pratique, on s'intéresse rarement à une tâche isolée, mais plutôt à un ensemble de tâches. Un ensemble de tâches parentes engendre un type de tâche "T".

Exemple de tâche : construire un triangle rectangle.

Type de tâche : construire une figure géométrique

Une technique " $\tau$ " explicite la démarche, la manière de faire pour exécuter le type de tâches "T". Une technique est un système formé d'un dispositif et de gestes.

Le bloc  $[T/\tau]$  formé d'un type de tâche et de la technique qui explicite sa démarche de réalisation est ce que Chevallard nomme le bloc pratico-technique que l'on identifie aux savoir-faire.

Le discours rationnel sur la technique, qui la rend intelligible, qui établit sa véracité au regard de l'institution est la technologie. C'est ce qui la rend intelligible et assure que cette technique permet d'accomplir le type de tâches en question à partir de la technique.

Il est important de distinguer les deux aspects suivants de l'activité mathématique : d'une part, la mise au point de techniques relatives à des types de tâches et d'autre part, la mise au point de technologies relatives à des techniques déjà existantes. Le premier aspect fait référence à la découverte de nouvelles méthodes ou techniques dans le domaine des mathématiques et le second, à la « redécouverte » de

théorèmes-en-actes, à la justification de ce qui était considéré jusque-là comme acquis, de gestes routiniers mais inexplicables.

La théorie " $\Theta$ " a pour objectif de justifier une technologie. Elle se distingue de la technologie " $\theta$ " par son caractère plus général. Plusieurs technologies peuvent découler d'une théorie, cependant, dans certains cas, il n'y a pas de différence de nature entre les deux niveaux.

Ainsi, des pratiques routinières peuvent suffire à mener à bien une tâche donnée. Cette tâche entre alors dans un processus d'assimilation par l'individu ou les individus concernés. Dans le cas contraire, un certain nombre de questions vont se poser. Comment exécuter cette tâche ? C'est-à-dire, comment franchir ce nouvel obstacle ? Qu'est ce qui justifie a priori que le résultat obtenu satisfait aux exigences adoptées ? Cette situation nouvelle devient alors génératrice d'organisations praxéologiques. L'institution définit alors les praxéologies qui doivent être des objets d'étude et le rôle de l'enseignant est d'aider les apprenants à s'approprier ces nouvelles praxéologies mathématiques.

#### ***1.4. La preuve ou la validation d'un énoncé mathématique***

Qu'est-ce qu'une preuve ? En mathématique, un énoncé vrai est un énoncé admis ou démontré.

Pour Balacheff (1988) une explication vise à rendre intelligible à un autrui la vérité de la proposition déjà acquise par le locuteur... Sur le terrain des sciences déductives, expliquer c'est dégager les « raisons » pour « répondre à la question du pourquoi ».

Expliquer c'est donc faire comprendre, rendre clair, rendre intelligible par un discours une assertion ou un résultat donné. Dans une explication, les raisons sont propres au

locuteur. Par conséquent, elles peuvent ne pas être acceptées par une tierce personne.

La preuve est « une explication acceptée par une communauté donnée à un moment donné » (Balacheff, 1987, p. 148). Elle est à considérer dans un paradigme et nécessite à ce titre qu'un système de validation commun soit déterminé.

La démonstration vise à convaincre autrui de la véracité d'une proposition ou d'un résultat. Dans la communauté mathématique, un résultat est vrai s'il est soit admis soit déduit d'un certain nombre d'énoncés par un ensemble de règles de déduction prises dans un ensemble bien défini.

On distingue donc plusieurs types de preuves liées au degré de conceptualisation ou d'exigence que requiert la situation. Balacheff (1987 ; 1988) les regroupe en deux grands groupes que sont : Les preuves pragmatiques et les preuves intellectuelles. Dans le premier cas, il s'agit de la réalisation pratique d'un énoncé pour établir sa véracité. On vérifie à l'aide d'instruments de dessin que l'énoncé est vrai. Ces types de preuves sont tributaires des instruments et les décisions sont prises sur des cas particuliers. Dans le second cas, il est impossible, voire interdit de se référer à la réalisation, ce type de preuve requiert l'expression langagière des objets sur lesquels elle porte et des contraintes fixées par l'énoncé.

Pour analyser une preuve, il faut que le paradigme soit bien situé, lorsque le contrat didactique entre enseignant et élèves n'est pas précis, des malentendus peuvent survenir, on peut alors discuter d'un même objet sans avoir la même vue.

Le défi de l'enseignement de la géométrie élémentaire est de préparer les apprenants pour un passage progressif d'un système où les preuves sont pragmatiques à un système où la démonstration est équivalente à une preuve intellectuelle.

Autrement dit, il s'agit de préparer les apprenants au passage d'une géométrie iconique à une géométrie non iconique.

Une des difficultés liées à cette transition est liée au développement psychique de l'apprenant. Laborde(1985), Bishop (1987), Brousseau et (2000) cités par (Ky, 2021) relève que, bien que l'élève ait pris conscience du fait qu'une figure géométrique se caractérise par un certain nombre de propriétés, il arrive qu'il ait du mal à se défaire de ses conceptions initiales. Pour les élèves de moins de 13 ans (en classe de 6<sup>ème</sup>), ce constat peut s'expliquer par les limites de l'imagination de l'apprenant. Ce qui se traduit par une sorte de « rigidité géométrique » (Hoz, 1981), l'élève a du mal à conceptualiser à un niveau donné, à élever « le niveau du débat mathématique » pour franchir un seuil. Comme exemple de « rigidité géométrique », les élèves ont du mal à admettre qu'un carré est un rectangle.

Afin d'examiner la problématique de la transition entre l'iconique et le non iconique, nous avons réalisé une ingénierie didactique.

## **2. Méthodologie de la recherche**

L'ingénierie didactique a consisté en l'élaboration de séances d'enseignement à partir de dispositifs pratiques. À partir de savoirs endogènes, le chercheur et les enseignants élaborent ensemble un scénario d'enseignement/apprentissage qu'ils testent en classe : l'enseignant exécute le cours et le chercheur observe la séance à l'aide d'une grille d'observation.

À la suite de l'administration d'une séance, un entretien est réalisé avec l'enseignant.

La grille d'observation de la séance d'enseignement/apprentissage reprend des éléments de Hiebert (1997). Il fait une synthèse des critères d'un bon scénario pour une leçon de mathématiques. La grille porte sur les aspects suivants :

- la pertinence des prérequis et pré-acquis ;
- la cohérence dans l'agencement des notions ;
- la pertinence des problèmes proposés ;
- l'implication des élèves dans l'exécution des tâches proposées ;
- l'implication des élèves dans l'institutionnalisation du savoir ;
- la clarté des réponses ;
- l'explicitation des démarches ;
- la précision des réponses ;
- l'aide apportée pour amener les élèves à déconstruire leurs erreurs ;
- la pertinence des transitions entre mathématiques in situ et mathématiques scolaires.

L'entretien porte entre autres sur le changement de posture de l'enseignant ; et il porte sur :

- les acquis des apprenants ;
- les interactions pendant les activités d'apprentissage ;
- La pertinence et le réalisme d'une telle démarche intégrant des savoirs endogènes dans les curricula scolaires.

### **2.1. La pratique sociale pour introduire le parallélogramme et le rectangle**

Nous présentons une pratique relative à la construction de cases observée chez des paysans. Elle est mise en évidence

dans Traoré (2007) dans un entretien entre le chercheur et des paysans.

Extrait n°1

*Acteur1* : Dans un premier temps, les coins que l'on détermine sont provisoires...On tâtonne en jouant sur le 3<sup>e</sup> coin pour déterminer le 4<sup>e</sup> coin de telle sorte que les « côtés obliques » soient égaux. C'est à ce niveau qu'on a besoin de l'aide des autres. Ça c'est difficile à faire seul...

*Acteur1* : Après cela c'est la détermination des coins définitifs. Là on mesure les « coins obliques » (les diagonales). Elles doivent avoir la même longueur. Si ce n'est pas le cas on joue sur les coins pour que ça soit ainsi.

*Chercheur* : Mais à ce moment-là est ce que les côtés opposés auront toujours la même longueur ?

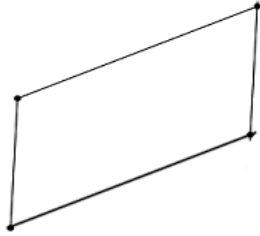
*Acteur1* : En principe oui avec des gens qui connaissent le travail...on vérifie toujours une deuxième fois avant de fixer définitivement les coins. Là-bas on prend tout le temps parce s'il y a une erreur dans les mesures, tout le travail que vous aurez fait est inutile. Vous allez forcément casser la case.

*Chercheur* : Pourquoi vous mesurez les diagonales ?

*Acteur2* : C'est pour que la case ne soit pas « aplatie ». Il faut que les 4 coins aient la même longueur.

Extrait n°2

*Chercheur* : (Le chercheur dessine au sol l'image suivante)



Si c'est comme cela, est ce que la case est aplatie ?

*Acteur2* : Mais oui. Dans le sens que moi je dis en tout cas c'est aplati. Les 4 coins doivent être pareils. C'est pour cela qu'il faut que les diagonales aient la même longueur.

*Acteur1* : Attends voir ce que tu as fait là. Tu vois ce coin est large,



Forcément, lui là est aussi large (il montre l'angle opposé à celui dessiné par le chercheur) et les deux autres seront petits (il montre les deux angles au bout des segments de droites). Les coins « opposés » vont toujours ensemble. Même quand on pose les briques, on tient compte de cela.

## **2.2. Le scénario d'enseignement/apprentissage**

L'organisation de la classe : Travail en groupes de quatre.

Les supports : Extraits de dialogues de paysans, matériel de traçage (cordes, piquets, compas, équerre).

Le scénario :

### 1. La phase de motivation et de traduction

Le professeur raconte l'histoire des paysans utilisant des piquets et des cordes. Un travail sémantique est effectué pour traduire le langage vernaculaire en termes mathématiques :

« Coins » = Sommets/Piquets.

« Coins obliques » =Diagonales.

« Case aplatie » = Quadrilatère non droit (parallélogramme non rectangle).

### 2. Notion de Parallélogramme (Activité 1)

À partir d'un premier extrait, les élèves doivent construire une figure où les côtés opposés sont égaux.

Définition retenue : Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés égaux.

### 3. Notion de Rectangle (Activité 2)

Les élèves s'appuient sur un second extrait pour résoudre le problème de la « case aplatie ». Ils découvrent que pour que la forme soit "droite", il faut que les diagonales aient la même longueur.

Définition retenue : Un rectangle est un quadrilatère qui a ses côtés opposés égaux et dont les diagonales ont la même mesure.

## **2.3. Analyse du scénario d'enseignement/apprentissage**

### **2.3.1. La pratique sociale comme situation-problème**

L'étude utilise la construction de cases chez les paysans comme situation problème, elle repose sur l'observation de l'usage de piquets et de cordes pour construire la base rectangulaire d'une case ce qui permet de passer d'une géométrie spatio-graphique (G1) à une géométrie théorique (G2). Cet ancrage des mathématiques dans un contexte réel et

culturellement signifiant sert d'appui pour transformer un savoir-faire artisanal en un désir de connaître.

### **2.3.2. Le processus de transposition didactique**

Le passage du savoir pratique au savoir formel se fait en trois phases :

- L'observation et l'explicitation : Les élèves partent de témoignages de paysans (extraits d'entretiens) décrivant le tâtonnement nécessaire pour déterminer les « coins » (sommets) d'une case. Un travail sémantique est essentiel pour traduire le langage vernaculaire en termes mathématiques : par exemple, comprendre que les « diagonales » sont appelées « coins obliques » et qu'une « case aplatie » désigne un quadrilatère qui n'est pas un rectangle.

- La reconstitution du parallélogramme : À partir des techniques de mesure des côtés, l'élève doit réaliser un dessin satisfaisant aux conditions de la pratique (côtés opposés égaux). L'institutionnalisation définit alors le parallélogramme comme un quadrilatère dont les côtés opposés sont égaux.

- La reconstitution du rectangle : La problématique de la « case aplatie » (le parallélogramme non droit<sup>1</sup>) est résolue par la mesure des diagonales. Si les diagonales ont la même longueur, la forme devient un rectangle. Le rectangle est ainsi défini comme un parallélogramme dont les diagonales sont égales.

Cette démarche favorise une transition entre les preuves pragmatiques du terrain et les concepts rigoureux de la classe.

---

<sup>1</sup> Non rectangle

### 2.3.3. Les objectifs pédagogiques et les propriétés visées

L'ingénierie vise à faire reconnaître des propriétés spécifiques par la construction :

- Pour le parallélogramme : L'égalité des longueurs des côtés opposés et leur parallélisme.

- Pour le rectangle : L'égalité des diagonales comme condition suffisante pour obtenir quatre angles droits à partir d'un parallélogramme. Un rectangle est un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur.

## 3. Résultats de la recherche

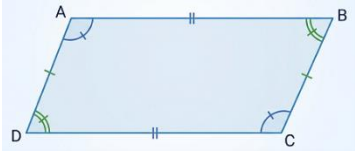
L'analyse des résultats révèle les aspects suivants.

### 3.1. Une meilleure caractérisation des figures géométriques étudiées

Grâce au, paradigme du "physicien-géomètre", la résolution de la tâche a permis de dégager des conditions nécessaires et suffisantes pour l'obtention d'un parallélogramme et d'un rectangle. De cette tâche, on tire des techniques de construction puis une technologie.

**Tableau 2 : Praxéologie mathématique**

La tâche	La technique	La technologie
Construction d'un parallélogramme	-Trois points - Le quatrième point tel que les côtés opposés aient la	Un quadrilatère dont les côtés opposés sont égaux est un parallélogramme (un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux)


	<p>même longueur</p>	 <p><b>Figure 1:</b>Parallélogramme ABCD</p>
<p>Construction d'un rectangle</p>	<p>-Trois points - Le quatrième point tel que les côtés opposés aient la même longueur - On joue sur les sommets pour que les diagonales aient la même longueur</p>	<p>Un quadrilatère qui a ses côtés opposés deux à deux égaux et dont les diagonales ont la même longueur</p>

L'approche permet aux élèves de passer d'une géométrie pragmatique, basée sur la mesure, vers une géométrie théorique. La mesure est utilisée comme un outil de vérification des hypothèses pour justifier des affirmations, ce qui permet de bien distinguer les hypothèses et la conclusion, ce qui constitue une étape cruciale vers l'apprentissage du raisonnement déductif.

### 3.2. Une meilleure sériation et la structuration des énoncés

Les apprenants apprennent à mieux organiser les énoncés mathématiques en distinguant les hypothèses de la conclusion. L'utilisation de la structure logique « Si... alors... » devient indispensable pour exprimer les conditions minimales nécessaires à la véracité d'un énoncé.

**Exercice d'application**  
On donne les figures suivantes, répondez aux questions suivantes :



1. Mesurer les côtés du quadrilatère  $ABCD$  ci-dessous et compléter  
 $AB = 2,1 \text{ cm}$   $BC = 4,3 \text{ cm}$   $DC = 2,1 \text{ cm}$   $AD = 4,3 \text{ cm}$   
 $ABCD$  est-il un parallélogramme? (répondre par OUI ou NON) *Oui*  
Justifier *car*  $AB = DC$  et  $BC = AD$

2. Mesurer les côtés du quadrilatère  $EFGH$  ci-dessous et compléter  
 $EF = 3,3 \text{ cm}$   $EH = 2,2 \text{ cm}$   $FG = 3,3 \text{ cm}$   $GH = 2,2 \text{ cm}$   
 $EFGH$  est-il un parallélogramme? (répondre par OUI ou NON) *Oui*  
Justifier *car*  $EF = GH$  et  $EH = FG$

**Figure 2:** Extrait de l'évaluation de la séance d'apprentissage

A travers ces exemples, les apprenants mobilisent des instruments de mesure pour établir des preuves pragmatiques. Ils vérifient les propriétés suivantes :

Dans le premier cas,  $AB=DC$  et  $BC=AD$  (Les côtés opposés sont égaux deux à deux) conclusion  $ABCD$  est un parallélogramme

Dans le second cas,  $EF=GH$  et  $EH=FG$  (les côtés opposés sont égaux deux à deux et les diagonales ont la même longueur) donc  $EFGH$  est un rectangle.

La précision du contrat didactique ici est cruciale : la mesure n'est plus un simple constat perceptif, mais elle devient un instrument de validation au service d'une preuve intellectuelle naissante.

### **3.3. L'apprentissage du raisonnement déductif**

Les résultats montrent un début d'apprentissage du langage mathématique déductif inspiré par la démarche des paysans : "Pourquoi vous mesurez les diagonales ?" questionne le chercheur. "C'est pour que la case ne soit pas « aplatie ». Il faut que les 4 coins aient la même longueur". On perçoit ici la définition classique du rectangle, traditionnellement défini dans les manuels scolaires comme un quadrilatère possédant quatre angles droits. Par ailleurs, si l'on ajoute la condition "les côtés opposés ont la même longueur" (condition nécessaire et suffisante pour l'obtention d'un parallélogramme), on obtient une condition nécessaire et suffisante pour l'obtention d'un rectangle. Il s'opère là une transition d'une géométrie naturelle vers une géométrie axiomatique. Les preuves sont pragmatiques, en s'appropriant la démarche des paysans, l'apprenant vérifie à l'aide d'instruments de dessin que les hypothèses sont vérifiées avant de conclure sur la nature de la figure géométrique.

## **Conclusion**

Cette étude met en lumière l'importance cruciale de la transition entre la fonction de praticien et celle de théoricien chez l'élève du post-primaire au Burkina Faso.

Le passage d'une géométrie spatio-graphique (G1) à une géométrie proto-axiomatique (G2) représente un défi pédagogique majeur, car il exige un dépassement de la

perception visuelle au profit d'une approche hypothético-déductive. À partir de savoirs endogènes comme situation problème, nous avons élaboré et testé une séance d'enseignant/apprentissage de géométrie dont l'expérimentation a produit des résultats probants pour la conceptualisation des apprentissages scolaires et l'apprentissage de la géométrie déductive. En effet, l'ingénierie didactique présentée prouve que l'ancrage des apprentissages dans des pratiques sociales endogènes, telles que la construction des cases traditionnelles, constitue un puissant levier pour donner du sens aux concepts de géométrie plane.

En apprenant à distinguer les hypothèses de la conclusion à travers la structure logique « Si... alors... », les élèves s'initient progressivement au raisonnement déductif. Cette approche permet de lever la « rigidité géométrique » en amenant l'apprenant à identifier des conditions nécessaires et suffisantes, comme l'égalité des diagonales pour passer du parallélogramme au rectangle. Cependant, la réussite de ce saut cognitif repose sur un contrat didactique clair. La mesure change de statut, elle n'est plus un simple constat perceptif, mais devient un outil de validation au service d'une preuve intellectuelle naissante.

Les retombées de cette expérience concernent aussi les enseignants. Elle constitue en effet une occasion pour porter un regard réflexif sur leur pratique, souvent marquée par une faible place accordée à l'activité des apprenants et par une attention limitée aux conséquences de leurs choix pédagogiques sur les apprentissages des élèves. Par ailleurs, elle a permis aux enseignants de découvrir une nouvelle façon d'introduire les figures géométriques en classe de 6<sup>ème</sup> et cela avec tous les avantages qu'offre une telle façon de procéder.

En somme, l'intégration de la culture des apprenants dans l'enseignement des mathématiques favorise non seulement la motivation mais elle permet aussi de réussir une transition entre la géométrie naturelle et la géométrie théorique, préparant ainsi les élèves à la rigueur de la démonstration mathématique.

### **Références bibliographiques**

BALACHEFF, Nicolas, 1987. Processus de preuve et situations de validation. *Educational studies in mathematics*, 18(2), 147-176.

BALACHEFF, Nicolas, 1988. Une étude des processus de preuve en mathématiques chez des élèves du Collège. Thèse d'état, Université Joseph Fourier, Grenoble.

BISHOP Alan J, 1987. Quelques obstacles à l'apprentissage de la géométrie. *Études sur l'enseignement des mathématiques*, 5, 1.

BROUSSEAU Guy, 1989. Le contrat didactique et le concept de milieu. Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, (S6), 95-101.

BROUSSEAU Guy, 2000. Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie. Université de Crète. Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire ; l'étude de l'espace et de la géométrie, Rethymnon, Greece. pp.67-83. <hal-00515110>

CABASSUT Richard, 2002. Pourquoi démontrer ? Un exemple allemand sur les aires et les volumes pour entrer dans le processus de preuve et d'explications. *REPERES - IREM*. N° 47, 17-30

CHEVALLARD Yves, 1999. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 19(2), 221-266.

Hiebert James, 1997, *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Heinemann, 361 Hanover Street, Portsmouth, NH 03801-3912.

KY André Janvier, 2021. *Une ingénierie didactique pour l'enseignement/apprentissage des figures géométriques au postprimaire à partir de pratiques sociales de références : cas du parallélogramme et du rectangle*. Thèse de doctorat, Université Norbert Zongo, Koudougou, Burkina Faso.

LABORDE Colette, 1985. *Quelques problèmes d'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. *For the learning of mathematics*, 5(3), 27-34.

HOUEMENT Cathérine, 2007. *À la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège*. *Repères (IREM)*, 67. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01911880/>

HOZ Ron, 1981. *The effects of rigidity on school geometry learning*. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 171-190.

PARZYSZ Bernard, 2006. *La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles : de quoi s'agit-il*. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 17, 121-144.

RICHARD Philippe R, 2004. *Raisonnement et stratégies de preuve dans l'enseignement des mathématiques (Vol. 125)*. Peter Lang.

TIMBILA Sawadogo & DOUAMBA Kirsi & BOMBIRI Borémavé, 2023. *Enseignement de la logique mathématique dans l'enseignement secondaire au Burkina Faso : état des lieux et perspectives*. *LAKISA, Revue des Sciences de l'Éducation*. 2. 31-42. 10.55595/lakisa.v2i4.69.

TRAORÉ Kalifa, 2007. *Des mathématiques chez les paysans ? Mathèse*. Bande didactique.